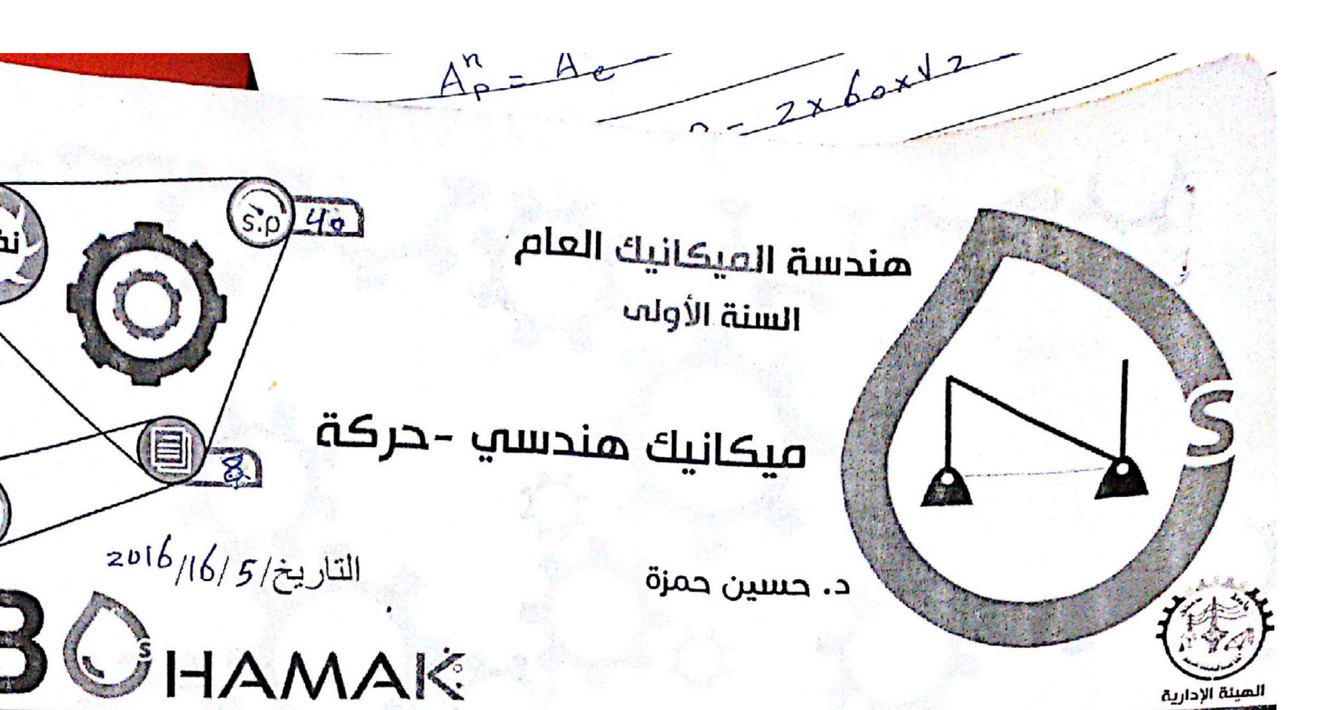
$A_p^n = A_e$ ... $= 2 \times 60 \times \sqrt{2}$



تكملة الحركة المكتسبة والنسبية

المسألة الأولى: يدور مربع طول ضلعه 2R حول محور عامودي على مستوي ويمر في النقطة O_1 وبسرعة زاوية $w = 12\ rad.s^{-1}$ وتسارع زاوية $\varepsilon = 2\ rad.s^{-2}$ في هذه اللحظة وتتحرك النقطة M في مجرى على شكل قوس من دائرة نصف قطرها $R = 60cm$ وفق العلاقة التالية $OM = S_r = 30\pi \cdot \cos(\frac{\pi}{6} \cdot t)$ حيث تقدر $S_r = cm$ و $t: sec$ بعد مرور زمن قدره $t = 3sec$ من بدء الحركة. المطلوب: 1) المسافة $OM = S_r$ التي قطعها المتحرك M عند لحظة بدء الحركة. 2) سرعة النقطة M في هذه اللحظة 3) تسارع النقطة M في هذه اللحظة.

الحل: المعطيات:

R, M, M, R, O, P, R, $R\sqrt{2}$, ε, w, O_1, 2R

$OM = S_r = 30\pi \cdot \cos(\frac{\pi}{6} \cdot t)$

$R = 60cm$ ، $t = 3sec$

$w_e = 12 rad.s^{-1}$ ، $\varepsilon_e = 2 rad.s^{-2}$

نقوم بإيجاد المسافة S_r للنقطة M في اللحظة $t = 3sec$

$OM = S_r = 30\pi \cdot \cos(\frac{\pi}{6} \cdot 3) = 0$

لأنه $\cos(\frac{\pi}{6} \cdot 3) = \cos(\frac{\pi}{2}) = 0$ فالنقطة M كانت متواجدة عند النقطة O.

$\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$

نحسب أولاً V_e

$V_e = V_p = W_e \cdot OM = W_e \times R\sqrt{2}$



$12 \times 60\sqrt{2} = 1018{,}2\ cm.s^{-1}$ 45°

$V_r = \dot{S}_r = -30\pi \cdot \frac{\pi}{6} \sin(\frac{\pi}{6_2} \cdot 3) = -49{,}3\ cm.s^{-1}$ ←

نسقط على $\vec{x}$

$V_{ax} = V_e \cos 45 + V_r$
$= 1018 \cos 45 + 49{,}3 = 769{,}1\ cm.s^{-1}$

نسقط على y ↑

$V_{ay} = V_e \sin 45 = 720\ cm.s^{-1}$

$V_a = \sqrt{V_{ax}^2 + V_{ay}^2} = \sqrt{(769{,}1)^2 + (720)^2} = 1053{,}5\ cm.s^{-1}$

هناك طريقة أخرى لحساب V_a وهي

$V_a = \sqrt{V_e^2 + V_r^2 + 2V_e V_r \cos 45} = 1053{,}3\ cm.s^{-1}$

$A_a = A_e + A_r + A_c$

45 45° ↑ $2W_e \cdot V_r$

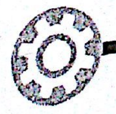
$A_P^n = A_e^n = W_e^2 \cdot O_1P = (12)^2 \times 60\sqrt{2} = 12218{,}8\ cm.s^{-2}$ 45

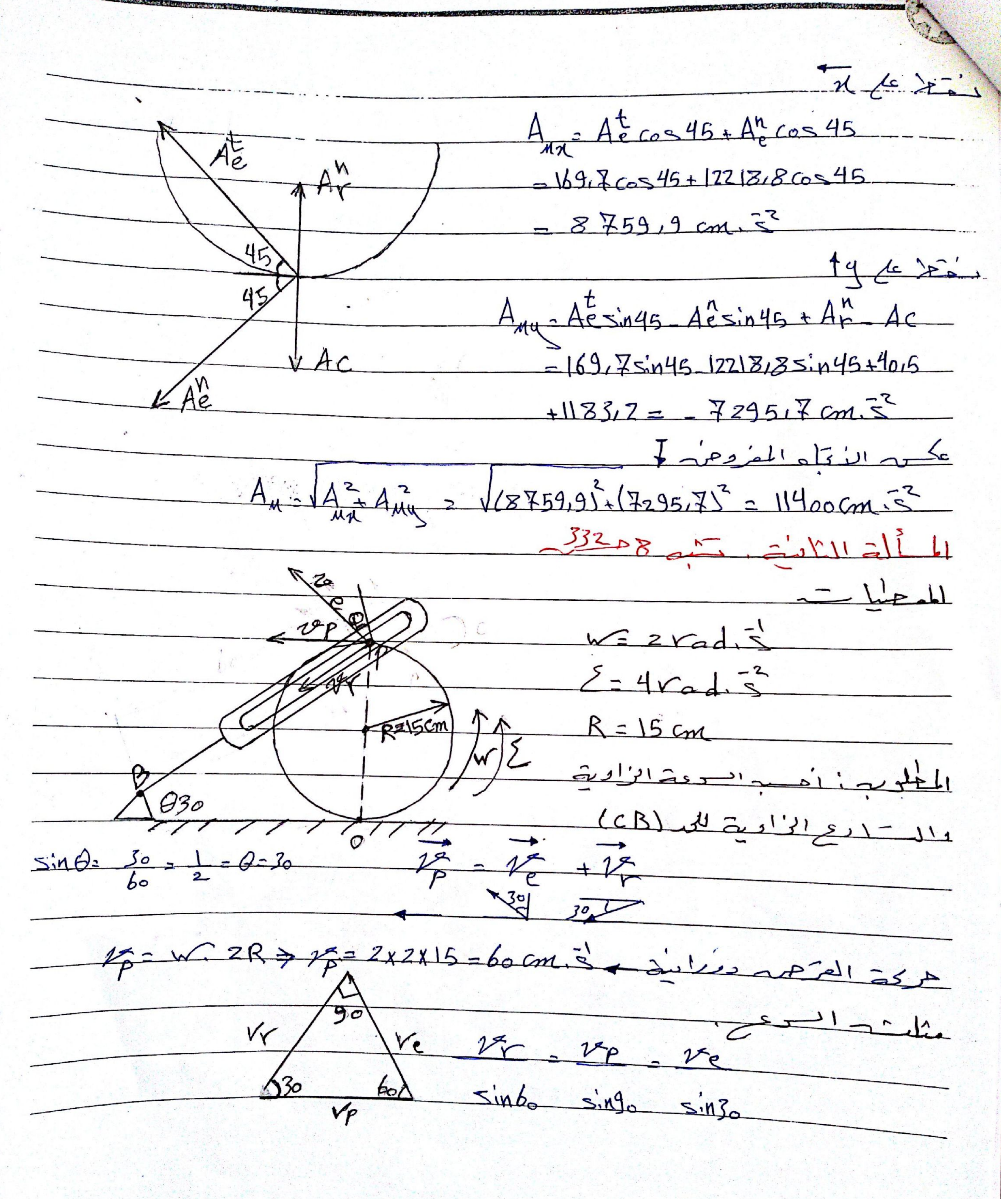
$A_e^t = \varepsilon_e \cdot O_1P = 2 \times 60 \times \sqrt{2} = 169{,}7\ cm.s^{-2}$ 45°

$A_r^n = \frac{V_r^2}{r} = \frac{(49{,}3)^2}{60} = 40{,}5\ cm.s^{-2}$ ↑

$A_r^t = -30 \frac{\pi^2}{6} \cdot \frac{\pi}{6} \cos(\frac{\pi}{6_2} \cdot 3) = 0$

$A_c = 2 W_e \cdot V_r = 2 \times 12 \times -49{,}3 = -1183{,}2\ cm.s^{-2}$ ↓




مسقط على x ←
$A_{Mx} = A_e^t \cos45 + A_e^n \cos45$
$= 169,7 \cos45 + 12218,8 \cos45$
$= 8759,9 \ cm.s^{-2}$
مسقط على y ↑
$A_{My} = A_e^t \sin45 - A_e^n \sin45 + A_r^n - A_c$
$= 169,7 \sin45 - 12218,8 \sin45 + 40,5 + 1183,2 = -7295,7 \ cm.s^{-2}$
عكس الاتجاه المفروض
$A_M = \sqrt{A_{Mx}^2 + A_{My}^2} = \sqrt{(8759,9)^2 + (7295,7)^2} = 11400 \ cm.s^{-2}$
المسألة الثانية: تشبه 8 صفحة 332
المعطيات:
$w = 2 \ rad.s^{-1}$
$\varepsilon = 4 \ rad.s^{-2}$
$R = 15 \ cm$
المطلوب: احسب السرعة الزاوية والتسارع الزاوي للـ (CB)
A_e^t
A_r^n
45
45
A_c
A_e^n
v_e
v_p
v_r
R=15cm
w
ε
B
θ30
O
$\sin\theta = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} = \theta = 30$
$\vec{v}_p = \vec{v}_e + \vec{v}_r$
$v_p = w.2R \Rightarrow v_p = 2 \times 2 \times 15 = 60 \ cm.s^{-1}$
حركة المرجع دورانية
مثلث السرع
v_r
v_e
v_p
90
30
60
$\frac{v_r}{\sin60} = \frac{v_p}{\sin90} = \frac{v_e}{\sin30}$

$V_r = \frac{V_p \cdot \sin 60}{\sin 90} = \frac{60 \cdot \sin 60}{\sin 90} = 30\sqrt{3} = 52 \ cm.s^{-1}$

$V_e = \frac{V_p \cdot \sin 30}{\sin 90} = \frac{60 \cdot \sin 30}{\sin 90} = 30 \ cm.s^{-1}$

$W_e = \frac{V_e}{BP} = \frac{30}{60} = 0.5 \ rad.s^{-1}$

$\vec{a}_p = \vec{a}_e + \vec{a}_r + \vec{a}_c$

n ∧ t   n ∧ t   n ∧ t

↓ ←   ↙30   60↘   0   ↙30

$A_p^t = 2\xi . R \Rightarrow 2 \times 4 \times 15 = 120 \ cm.s^{-2}$

$A_p^n = w^2 . R = 4 \times 15 = 60 \ cm.s^{-2}$

$A_e^n = w_e^2 \times Bp = (0.5)^2 \times 60 = 15 \ cm.s^{-2}$

$A_c = 2 w_e . V_r = 2 \times 0.5 \times 30\sqrt{3} = 30\sqrt{3} \ cm.s^{-2}$

y, x, A_e^t, A_r^t, A_p^t, A_e^n, A_p^n, A_c, 60, 30, 30, 60

نسقط على x ↗

$-A_p^t \cos 30 - A_p^n \cos 60 = -A_e^n + A_r^t$

$-120 \cos 30 - 60 \cos 60 = -15 + A_r^t$

$A_r^t = -119 \ cm.s^{-2}$ عكس الاتجاه المفروض

نسقط على y ↖

$A_p^t \cos 60 - A_p^n \cos 30 = A_e^t - A_c$

$120 \cos 60 - 60 \cos 30 = A_e^t - 30\sqrt{3}$

$A_e^t = 59.9 \ cm.s^{-2}$

مسألة 12 ص 334

يرتبط جسمان منزلقان معاً في النقطة M حيث تكون حركة أحدهما في مسار دائري نصف قطره 0,4 m بينما ينزلق الجسم الثاني على امتداد الذراع AB الذي يدور بسرعة زاوية ثابتة تساوي $\omega_{AB} = 3\ rad.s^{-1}$ في الاتجاه المعاكس لدوران عقارب الساعة، المطلوب في الوضع الموافق لـ $\theta = 45°$ ما يلي:

1) شرح حركة الجسم الثاني في المنزلقة. 2) دراسة حركة التركيب.

الحل:

المعطيات:

$\omega_{AB} = 3\ rad.s^{-1}$

$\theta = 45°$

الحركة النسبية: انسحابية على امتداد AB

الحركة المكتسبة: دورانية حول A

الحركة المطلقة: دورانية حول O

$AM = R\sqrt{2}$

$$\vec{V}_M = \vec{V}_e + \vec{V}_r$$

$$V_e = \omega_{AB} \times AM = 3 \times R\sqrt{2} = 3 \times 0,4\sqrt{2} = 1,7\ m.s^{-1}$$

$y\uparrow: 0 = V_e \sin 45 - V_r \sin 45 \rightarrow V_e = V_r = 1,7\ m.s^{-1}$

$\vec{x}: V_M = 2V_e \cos 45 = 2 \times 1,7 \cos 45 = 2,4\ m.s^{-1}$

$$A_M = A_e + A_r + A_c$$

$n \quad t=0 \qquad n \quad t=0 \qquad w \qquad 2\omega_e \times V_r$

معروض ∠45 معروض ∠45 ∠45

2

$$A_M^n = \frac{V_M^2}{R} = \frac{(2.4)^2}{0.4} = 14.4\ m.s^{-2}$$

$$A_e^n = w_{AB}^2 \times AM = 9 \times 0.4\sqrt{2} = 5\ m.s^{-2}$$

$$A_c = 2w_e \times V_r = 2 \times 3 \times 1.7 = 10.2\ m.s^{-2}$$

$y\uparrow$: $-A_M^n = -A_e^n \sin 45 + A_r^t \sin 45 - A_c \sin 45$

$$A_r^t = \frac{-A_M^n + (A_e^n + A_c)\sin 45}{\sin 45} = -5.16\ m.s^{-2}$$

عكس الاتجاه المفروض

$\overleftarrow{x}$: $A_M^t = +A_e^n \cos 45 - A_r \cos 45 - A_c \cos 45$

$$A_M^t = 5\cos 45 + 5.16\cos 45 - 10.2\cos 45 = 0\ m.s^{-2}$$

$$\varepsilon_0 = \frac{A_M^t}{R} = = 0$$

مسألة دورة :

تدور الحلقة في مستوي شاقولي حول النقطة O_1 بسرعة زاوية $W = 3rad.s^{-1}$ وبتسارع زاوية $\varepsilon = 2rad.s^{-3}$ في هذه اللحظة وتتحرك النقطة M على محيط الحلقة وفق العلاقة $oM = S_r = 75\pi(0.1t + 0.3t^3)$ المطلوب : احسب سرعة وتسارع النقطة M في اللحظة $t = 1sec$.

الحل :

المعطيات : $R = 30\ cm$ ، $w_e = 3\ rad.s^{-1}$

$t = 1sec$ ، $\varepsilon = 2rad.s^{-2}$

$oM = S_r = 75\pi(0.1t + 0.3t^3)$

نحسب أولاً موضع النقطة M عند بدء الحركة

$OM = S_r = 75\pi(0{,}1t + 0{,}3t^3)$

$S_r = 75\pi(0{,}1\times1 + 0{,}3\times1) = 75\pi\times0{,}4$

$= 30\pi = R.\theta \Rightarrow \theta = \pi$

$V_M = V_e + V_r$

$V_r = \dot{S}_r = 75\pi(0{,}1 + 0{,}9t^2) = 75\pi = 235{,}6\ cm.s^{-1}$
$t=1$

$V_e = w_e \times OM = 3\times30\sqrt{2} = 127{,}2\ cm.s^{-1}$

$\overleftarrow{V_{Mx}} = V_e\cos45 = 127{,}2\times\cos45 = 90\ cm.s^{-1}$

$\downarrow V_{My} = V_e\sin45 + V_r = 127{,}2\times\sin45 + 235{,}6 = 325{,}54\ cm.s^{-1}$

$V_M = \sqrt{V_{Mx}^2 + V_{My}^2} = \sqrt{(90)^2 + (325{,}54)^2} = 338\ cm.s^{-1}$

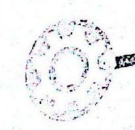
$A_M = A_e + A_r + A_c$

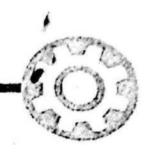
n, t; 45; 45; n, t; $2w_e.V_r$

$A_e^n = w_e^2\times R\sqrt{2} = 9\times30\sqrt{2} = 382\ cm.s^{-2}$

$A_e^t = \varepsilon.R\sqrt{2} = 2\times30\sqrt{2} = 85\ cm.s^{-2}$

$A_r^n = \frac{V_r^2}{R} = \frac{(235{,}6)^2}{30} = 1850\ cm.s^{-2}$





$A_r^t \underset{t=1}{=} \ddot{s}_r = 75\pi(1.8t) = 424\ cm.s^{-2}$

$A_c = 2\,w_e \times v_r = 2 \times 3 \times 235.6 = 1413.6\ cm.s^{-2}$

$\overrightarrow{A_{Mx}} = -A_e^t \cos 45 + A_e^n \cos 45 + A_r^n + A_c$

$= -85\cos 45 + 382\cos 45 + 1850 + 1413.6$

$= 3473\ cm.s^{-2}$

$\downarrow A_{My} = A_e^n \sin 45 + A_e^t \sin 45 + A_r^t$

$382\sin 45 + 85\sin 45 + 424 = 754\ cm.s^{-2}$

$A_M = \sqrt{A_{Mx}^2 + A_{My}^2} = \sqrt{(3473)^2 + (754)^2} = 3554\ cm.s^{-2}$